

## Evaluación y formulación de problemas de optimización de recursos empresariales

$$\text{Max ó Min } Z = C X$$

S.A:

$$A X \leq B$$

$$X_j > 0 ; j = 1, 2, \dots, n$$

### Objetivo

Mediante una recopilación de problemas representativos de programación lineal se busca desarrollar la capacidad inventiva para formular problemas de optimización de recursos.

### Programación Lineal - Problema General

#### Definición:

Dado un conjunto de  $m$  desigualdades lineales ó ecuaciones lineales, con  $n$  variables, se requiere hallar valores **no negativos** de éstas variables que satisfagan las restricciones y maximicen ó minimicen alguna función lineal de las variables llamada Función Objetivo.

#### Matemáticamente:

Hallar  $X_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  para:

$$\begin{array}{l} \text{Maximizar} \\ \text{ó} \\ \text{Minimizar} \end{array} \quad Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

Con las siguientes restricciones:

$$a_{11}X_1 + \dots + a_{1j}X_j + \dots + a_{1n}X_n \leq \text{ó} \geq b_1$$

$$\cdot a_{i1}X_1 + \dots + a_{ij}X_j + \dots + a_{in}X_n \leq \text{ó} \geq b_i$$

$$\cdot a_{m1}X_1 + \dots + a_{mj}X_j + \dots + a_{mn}X_n \leq \text{ó} \geq b_m$$

$$X_j = 0 ; j = 1, 2, \dots, n$$

### Características de la Programación Lineal

- 1) Linealidad asume que no pueden haber términos así:  $X_1X_2$ ,  $X_3^2$ ,  $a_{14}\text{Log } X_4$
- 2) Asume las propiedades aditivas y multiplicativas.
  - a) Si una unidad tipo E necesita 2 horas en la Máquina A y una unidad tipo F necesita  $2\frac{1}{2}$  horas, entonces ambas necesitan  $4\frac{1}{2}$  horas.
  - b) Si una unidad tipo E necesita 1 hora en la máquina B, entonces 10 unidades necesitan 10 horas.
- 3) La función a optimizar (maximizar ó minimizar) se llama función objetivo, no contiene ningún término constante.

- 4) En las  $m$  restricciones, no están incluidas las condiciones  $X_j = 0$  (condición de no negatividad).
- 5) Soluciones:
  - a) Cualquier conjunto de  $X_j$  que satisface las  $m$  restricciones se llama una solución al problema.
  - b) Si la solución satisface la condición de no negatividad  $X_j = 0$ , se llama una solución factible
  - c) Una solución factible que optimiza la función objetivo se llama una solución factible óptima

Usualmente hay un número infinito de soluciones factibles al problema, de todas estas, tiene que hallarse una óptima

### Pautas y comentarios para la formulación de modelos

En la conversión de modelos verbales a modelos formales, será muy útil describir primero con palabras un modelo que corresponda al problema dado.

Se puede proceder de la siguiente forma:

- 1) Expresar cada restricción en palabras; al hacer esto, ponga cuidadosa atención en si la restricción es un requerimiento de la forma:  
 $\geq$  (mayor ó igual que, al menos, por lo menos, como mínimo),  
 $\leq$  (menor ó igual que, no mayor que, como máximo), ó  
 $=$  (igual a, exactamente igual a).
- 2) Expresar el objetivo en palabras.
- 3) Identificar verbalmente las variables de decisión. Una guía útil es hacerse la pregunta: **¿Qué decisión debe tomarse para optimizar la función objetivo?**. La respuesta a esta pregunta ayudará a identificar correctamente las variables de decisión.
- 4) Expresar la función objetivo en términos de las variables de decisión. Verificar la consistencia de unidades. Por ejemplo, si los coeficientes de una función objetivo  $C_j$  están dados en S./ por kilo, las variables de decisión  $X_j$  deben estar en kilos, no en toneladas ni onzas.
- 5) Expresar las restricciones en términos de las variables de decisión. Comprobar que para cada restricción las unidades del lado derecho son las mismas que las del lado izquierdo. Las restricciones no pueden tener una desigualdad estricta, con los signos  $<$  ó  $>$ . La razón de esto es de naturaleza matemática.

### Formulación de Modelos

Traducir problemas del mundo real a modelos matemáticos.

**No leer en un problema más de lo que se da.** Por ejemplo, no introduzca restricciones adicionales o matices lógicos o datos imaginarios que en su opinión podrían hacer más realista el modelo.

### 1. PROBLEMA DE PRODUCCIÓN

Un taller tiene tres (3) tipos de máquinas A, B y C; puede fabricar dos (2) productos 1 y 2, todos los productos tienen que ir a cada máquina y cada uno va en el mismo orden: Primero a la máquina A, luego a la B y luego a la C. La tabla siguiente muestra:

1. Las horas requeridas en cada máquina, por unidad de producto

2. Las horas totales disponibles para cada máquina, por semana

3. La ganancia por unidad vendida de cada producto

Tipo de Máquina	Producto 1	Producto 2	Horas disponibles por semana
<b>A</b>	2	2	16
<b>B</b>	1	2	12
<b>C</b>	4	2	28
<b>Ganancia por unidad</b>	1	1.50	

¿Que cantidad de cada producto (1 y 2) se debe manufacturar cada semana, para obtener la máxima ganancia?

¿Cuantas horas semanales sobran en cada departamento?

### Formulación

1) Definición de las variables:

$X_j$  = Unidades semanales a producir del artículo j-ésimo (  $j=1$  y  $2$  )

2) Función objetivo:

Maximizar  $Z = X_1 + 1.5 X_2$  Con las siguientes restricciones (S.A.):

3) Restricciones:

$2X_1 + 2X_2 \leq 16$  Restricción debida a las horas disponibles por semana de la MQ A  
 $X_1 + 2X_2 \leq 12$  Restricción debida a las horas disponibles por semana de la MQ B  
 $4X_1 + 2X_2 \leq 28$  Restricción debida a las horas disponibles por semana de la MQ C

4) Condición de no negatividad:

$X_j \geq 0 ; j = 1$  y  $2$

### Solución óptima

$x_1=4$   $x_2=4$   $Z=10$

Tiempo sobrante de cada máquina:

**Máquina A** Se usan todas las horas semanales disponibles

**Máquina B** Se usan todas las horas semanales disponibles

**Máquina C** Sobran 4 horas semanales

## 2. OPTIMIZACIÓN DEL CORTE DE MADERA

En una marquetería se fabrican cuadros, cuyos marcos se obtienen de cortar varillas para bocel, cuya longitud original es de 300 cm.

El Departamento de ventas tiene pedidos para el siguiente mes de 175 cuadros de 119 x 90 cm. En el método actual el Jefe de producción ordena que se corten 350 boceses de 119 cm. y 350 boceses de 90 cm. (Cada cuadro lleva 2 boceses de cada dimensión).

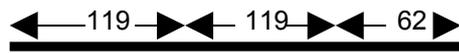
Con ésta manera de cortar la madera, la Fábrica necesita el capital para comprar 292 varillas de 300 cm. cada una y genera 14450 cm. de desperdicio.

Formule un problema de programación lineal que minimice el desperdicio, la compra de materia prima y optimice la productividad.



Materia Prima: Varilla de madera de 300 cm. de largo

### Método de corte actual y su valoración



Número de varillas a comprar:  $(175 \times 2) / 2 = 175$  varillas  
Desperdicio:  $175 \times 62 = 10850$  cm



Número de varillas a comprar:  $(175 \times 2) / 3 = 116,6 = 117$   
Desperdicio:  $117 \times 30 + 90 = 3600$  cm

Total de varillas de 300 cm. a comprar:  $175 + 117 = 292$  varillas  
Total de centímetros de desperdicio:  $10850 + 3600 = 14450$  cm.

### Formulación

$X_j$  = Número de varillas a cortar de la forma j-ésima ( $j = 1, 2$  y  $3$ )

Formas posibles de cortar la varilla:



Minimizar  $Z = 62X_1 + X_2 + 30X_3$  Minimizar el desperdicio

S.A:

$2X_1 + X_2 = 350$  Restricciones debidas a la necesidad  
 $2X_2 + 3X_3 = 350$  Boceses de cada tamaño  
 $X_j \geq 0 ; j = 1, 2$  y  $3$  Enteros Restricción de no negatividad

**Solución óptima**

$X_1^* = 89$  Cortar 89 veces de la manera 1

$X_2^* = 172$  Cortar 172 veces de la manera 2

$X_3^* = 2$  Cortar 2 veces de la manera 3

$Z^* = 5750$  centímetros de desperdicio

Número de varillas a comprar:  $89 + 172 + 2 = 263$  varillas de 300 cm.

Cuadro comparativo de los ahorros:

Conceptos	Materia prima	Desperdicio (cm.)
Antes	292	14450
Después	263	5750
Diferencia	29	8700

**3. CORRIDAS DE PRODUCCIÓN**

Una empresa produce un artículo cuya unidad está compuesta por 4 unidades de componente **A** que se producen por corrida de producción a partir de las materias primas 1 y 2 y en tres departamentos. Las Materias primas y la Producción por corrida de producción se muestra en la siguiente tabla:

	Materia Prima 1	Materia Prima 2	Componente A
Departamento 1	8	6	7
Departamento 2	5	9	6
Departamento 3	3	8	8
Disponibilidad	100	200	

Elabore un plan de producción para maximizar la cantidad de artículo a producir.

**Formulación**

$X_j$  = Número de corridas de producción en el departamento  $j$ -ésimo ( $j = 1, 2$  y  $3$ )

Número de componentes A:  $7X_1 + 6X_2 + 8X_3$

Número de artículos completos con los componentes A:  $(7X_1 + 6X_2 + 8X_3) / 4$

Maximizar  $(7X_1 + 6X_2 + 8X_3) / 4$

S.A:

$$8X_1 + 5X_2 + 3X_3 \leq 100$$

$$6X_1 + 9X_2 + 8X_3 \leq 200$$

Restricciones debidas a la disponibilidad de materias primas tipo 1 y 2

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, 2 \text{ y } 3 \text{ Enteros}$$

Restricción de no negatividad

**4. EL PROBLEMA DE LOS PAQUETES DE TUERCAS**

Un distribuidor de ferretería planea vender paquetes de tornillos mezclados.

Cada paquete pesa por lo menos 2 libras y está compuesto por tres tamaños de tornillos, los cuales se compran en lotes de 200 libras. Los lotes de tamaños 1, 2 y 3 cuestan respectivamente \$20, \$8 y \$12, además:

- El peso combinado de los tamaños 1 y 3 debe ser **al menos** la mitad del peso total del paquete.
- El peso de los tamaños 1 y 2 **no debe ser mayor** que 1.6 libras
- Cualquier tamaño de tornillo **debe ser al menos** el 10% del paquete total

¿Cuál será la composición del paquete que ocasionará un costo mínimo?

### Formulación

$X_j$  = Peso en libras de los tornillos del tamaño  $j$ -ésimo ( $j=1,2$  y  $3$ ) en el paquete  
Observe que:

20/200 es lo que vale una libra de tornillos tipo 1

8/200 es lo que vale una libra de tornillos tipo 2

12/200 es lo que vale una libra de tornillos tipo 3

$$\text{Minimizar } Z = 20/200 X_1 + 8/200 X_2 + 12/200 X_3$$

S.A:

$$\begin{array}{ll} X_1 + X_3 \geq (X_1 + X_2 + X_3)/2 & \text{Los tamaños 1 y 3 al menos la mitad del peso} \\ X_1 + X_2 \leq 1.6 & \text{Los tamaños 1 y 2 no deben ser mayor de 1.6 lb.} \\ X_1 \geq 0.1 (X_1 + X_2 + X_3) & \text{El tamaño 1 debe ser al menos el 10\% del total} \\ X_2 \geq 0.1 (X_1 + X_2 + X_3) & \text{El tamaño 2 debe ser al menos el 10\% del total} \\ X_3 \geq 0.1 (X_1 + X_2 + X_3) & \text{El tamaño 3 debe ser al menos el 10\% del total} \\ X_1 + X_2 + X_3 \geq 2 & \text{El paquete debe ser al menos de 2 libras} \end{array}$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, 2 \text{ y } 3 \quad \text{Condición de no negatividad}$$

$$\text{Minimizar } Z = 0,1X_1 + 0,04X_2 + 0,06X_3$$

S.A:

$$\begin{array}{ll} X_1 - X_2 + X_3 & \geq 0 \\ X_1 + X_2 & \leq 1.6 \\ 0,9X_1 - 0,1X_2 - 0,1X_3 & \geq 0 \\ -0,1X_1 + 0,9X_2 - 0,1X_3 & \geq 0 \\ -0,1X_1 - 0,1X_2 + 0,9X_3 & \geq 0 \\ X_1 + X_2 + X_3 & \geq 2 \\ X_j \geq 0 & j = 1, 2 \text{ y } 3 \end{array}$$

### Solución óptima

$$X_1 = 0.2 \text{ Libras del tamaño 1}$$

$$X_2 = 1.0 \text{ Libras del tamaño 2}$$

$$X_3 = 0.8 \text{ Libras del tamaño 3}$$

$$Z = \$0.108 \text{ Costo mínimo del paquete}$$

## 5. PROBLEMA CLÁSICO DEL TRANSPORTE

Un fabricante tiene tres centros de distribución en: Bogotá, Medellín y Cali. Estos centros tienen disponibilidades de: 20, 40 y 40 unidades respectivamente. Sus detallistas requieren las siguientes cantidades: Pereira 25, Tulúa 10, Anserma 20, Ibagué 30 y Armenia 15.

El costo de transporte por unidad en dólares entre cada centro de distribución y las localidades de los detallistas se dan en la siguiente tabla:

		Detallistas				
		Pereira	Tulúa	Anserma	Ibagué	Armenia
Centros de distribución	Bogotá	55	30	40	50	40
	Medellín	35	30	100	45	60
	Cali	40	60	95	35	30

¿Cuántas unidades debe mandar el fabricante desde cada centro de distribución a cada detallista, de manera que los costos totales de transporte sean mínimos?

### Formulación

$X_{ij}$  = Cantidad de unidades a enviar desde el centro de distribución  $i$ -ésimo (1=Bogotá, 2=Medellín, 3=Cali), al detallista  $j$ -ésimo (1=Pereira, 2=Tulúa, 3=Anserma, 4=Ibagué, 5=Armenia)

Minimizar  $Z = 55X_{11} + 30X_{12} + 40X_{13} + 50X_{14} + 40X_{15} + 35X_{21} + 30X_{22} + 100X_{23} + 45X_{24} + 60X_{25} + 40X_{31} + 60X_{32} + 95X_{33} + 35X_{34} + 30X_{35}$

S.A:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \leq 20$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 40$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \leq 40$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} \geq 25$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} \geq 10$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} \geq 20$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} \geq 30$$

$$X_{15} + X_{25} + X_{35} \geq 15$$

Restricciones debidas a la disponibilidad

de unidades en los respectivos

centros de distribución 1, 2 y 3

Restricciones debidas a los requerimientos

de unidades,

de los detallistas respectivos 1, 2, 3, 4 y 5

$$X_{ij} \geq 0 ; i = 1, 2 \text{ y } 3 ; j = 1, 2, 3, 4 \text{ y } 5$$

### Solución óptima

$$X_{11} = 0 \quad X_{21} = 25 \quad X_{31} = 0$$

$$X_{12} = 0 \quad X_{22} = 10 \quad X_{32} = 0$$

$$X_{13} = 20 \quad X_{23} = 0 \quad X_{33} = 0$$

$$X_{14} = 0 \quad X_{24} = 5 \quad X_{34} = 25$$

$$X_{15} = 0 \quad X_{25} = 0 \quad X_{35} = 15$$

$$Z = \$ 3525$$

## 6. PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN DE PLANTA

Una empresa del sector textil, que opera en todo el país, dispone de la siguiente configuración:

Dos plantas de fabricación en Pereira e Ibagué, con capacidades de 900 y 1.500 unidades respectivamente.

Cuatro almacenes regionales de distribución que sirven a los clientes de sus respectivas zonas en:

Neiva, Medellín, Cali y Bogotá, con demandas de: 700, 800, 500 y 400 unidades respectivamente.

En los próximos años, la empresa espera un crecimiento de la demanda del orden del 25%, lo cual ha llevado a la Dirección de la misma a plantearse la apertura de una nueva fábrica.

A la vista de los criterios que la empresa estima importantes para la localización de la nueva planta, existen dos alternativas a considerar: Pasto (alternativa 1) y Villavicencio (alternativa 2). La elección recaerá en aquella que provoque los menores costos de transporte entre las fábricas y los almacenes, dado que ambas parecen ser igualmente convenientes respecto a otros factores.

La tabla siguiente muestra los costos de transporte unitarios entre cada origen y destino.

Plantas de fabricación	Almacenes regionales de distribución			
	Neiva	Medellín	Cali	Bogotá
Pereira	6	4	2	6
Ibagué	2	3	7	5
Pasto	6	4	4	8
Villavicencio	6	3	4	2

### Formulación

#### (a) Considerando establecer la nueva planta en Pasto

$X_{ij}$  = Unidades a enviar desde la planta  $i$ -ésima (1=Pereira, 2=Ibagué, 3=Pasto) al almacén  $j$ -ésimo (1=Neiva, 2=Medellín, 3=Cali, 4=Bogotá)

Minimizar  $Z = 6X_{11} + 4X_{12} + 2X_{13} + 6X_{13} + 2X_{21} + 3X_{22} + 7X_{23} + 5X_{24} + 6X_{31} + 4X_{32} + 4X_{33} + 8X_{34}$

S.A:

$$\begin{array}{rcl}
 X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} & = & 900 \\
 X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} & = & 1500 \\
 X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} & = & 600 \\
 X_{11} + X_{21} + X_{31} = 700 + 175 & = & 875 \\
 X_{12} + X_{22} + X_{32} = 800 + 200 & = & 1000 \\
 X_{13} + X_{23} + X_{33} = 500 + 125 & = & 625 \\
 X_{14} + X_{24} + X_{34} = 400 + 100 & = & 500
 \end{array}$$

Restricciones debidas a la disponibilidad de unidades en las plantas 1, 2 y 3

Restricciones debidas a los requerimientos de unidades de los almacenes regionales de distribución 1, 2, 3 y 4

$$X_{ij} \geq 0 ; i = 1, 2 \text{ y } 3 ; j = 1, 2, 3 \text{ y } 4$$

#### Solución óptima

$$X_{13} = 625 \quad X_{14} = 275 \quad X_{21} = 875 \quad X_{22} = 400 \quad X_{24} = 225 \quad X_{32} = 600$$

$$Z = \$9375$$

#### (b) Considerando establecer la nueva planta en Villavicencio:

$X_{ij}$  = Unidades a enviar desde la planta  $i$ -ésima (1=Pereira, 2=Ibagué, 3=Villavicencio) al almacén  $j$ -ésimo (1=Neiva, 2=Medellín, 3=Cali, 4=Bogotá)

Minimizar

$$Z = 6X_{11} + 4X_{12} + 2X_{13} + 6X_{13} + 2X_{21} + 3X_{22} + 7X_{23} + 5X_{24} + 6X_{31} + 3X_{32} + 4X_{33} + 2X_{34}$$

S.A:

$$\begin{array}{rcl}
 X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} & = & 900 \\
 X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} & = & 1500 \\
 X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} & = & 600 \\
 X_{11} + X_{21} + X_{31} & = & 875 \\
 X_{12} + X_{22} + X_{32} & = & 1000
 \end{array}$$

Restricciones debidas a la disponibilidad de unidades en las plantas 1, 2 y 3

Restricciones debidas a los requerimientos de unidades de los almacenes regionales

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 625$$

de distribución 1, 2, 3 y 4

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 500$$

$$X_{ij} \geq 0 ; i = 1, 2, 3 ; j = 1, 2, 3, 4$$

### Solución óptima

$$X_{12} = 275 \quad X_{13} = 625 \quad X_{21} = 875 \quad X_{22} = 625 \quad X_{32} = 100 \quad X_{34} = 500$$

$$Z = \$7275$$

De los resultados obtenidos se deriva que Villavicencio es la mejor localización bajo el criterio de minimizar los costos del transporte.

## 7. El problema de asignaciones

Se usan cuatro barcos cargueros para transportar bienes de un puerto a otros cuatro puertos (numerados 1, 2, 3 y 4). Se puede usar cualquier barco para hacer cualquiera de los cuatro viajes. Sin embargo, dadas algunas diferencias entre los barcos y las cargas, el costo total de cargar, transporte y descargue de bienes para las distintas combinaciones de barcos y puertos varían mucho.

Estos costos se muestran en la siguiente tabla:

		PUERTO			
		1	2	3	4
Barco	1	5	4	6	7
	2	6	6	7	5
	3	7	5	7	6
	4	5	4	6	6

El objetivo es asignar los barcos a los puertos en una correspondencia uno a uno, de manera que se minimice el costo total de los cuatro barcos.

$X_{ij} = 0$ , No asigne el barco  $i$ -ésimo ( $i = 1, 2, 3$  y  $4$ ) al puerto  $j$ -ésimo ( $j = 1, 2, 3$  y  $4$ )

$X_{ij} = 1$ , Si asigne el barco  $i$ -ésimo ( $i = 1, 2, 3$  y  $4$ ) al puerto  $j$ -ésimo ( $j = 1, 2, 3$  y  $4$ )

Minimice

$$Z = 5X_{11} + 4X_{12} + 6X_{13} + 7X_{14} + 6X_{21} + 6X_{22} + 7X_{23} + 5X_{24} + 7X_{31} + 5X_{32} + 7X_{33} + 6X_{34} + 5X_{41} + 4X_{42} + 6X_{43} + 6X_{44}$$

S.A:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = 1 \quad \text{Restricciones que aseguran que un solo barco es asignado a un solo puerto}$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = 1$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = 1$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} = 1$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 1 \quad \text{Restricciones que aseguran que un solo puerto es asignado a un solo barco}$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = 1$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} = 1$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} = 1$$

$$X_{ij} \geq 0 ; i = 1, 2, 3, 4 ; j = 1, 2, 3, 4$$

### Solución óptima

$X^*_{11} = 1$      $X^*_{12} = 0$      $X^*_{13} = 0$      $X^*_{14} = 0$   
 $X^*_{21} = 0$      $X^*_{22} = 0$      $X^*_{23} = 0$      $X^*_{24} = 1$   
 $X^*_{31} = 0$      $X^*_{32} = 1$      $X^*_{33} = 0$      $X^*_{34} = 0$   
 $X^*_{41} = 0$      $X^*_{42} = 0$      $X^*_{43} = 1$      $X^*_{44} = 0$

$Z^* = 21$

Barco 1 -----Puerto 1 -----Costo \$ 5  
 Barco 2 -----Puerto 4 -----Costo \$ 5  
 Barco 3 -----Puerto 2 -----Costo \$ 5  
 Barco 4 -----Puerto 3 -----Costo \$ 6

Costo total mínimo: \$21

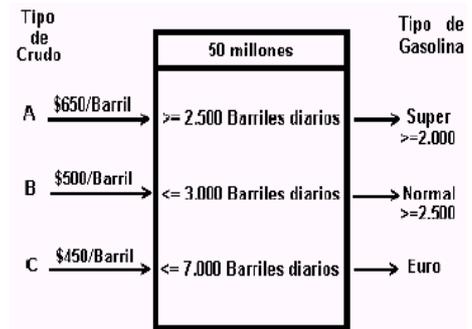
**8. Problema de la mezcla**

Una compañía de petróleos produce tres tipos de gasolina: Super, Normal y Euro. Se obtienen por mezcla de tres calidades de crudo (A,B,C), que contienen tres componentes (1,2,3). La participación de estos componentes en la composición de cada crudo es:

		COMPONENTES ( % )		
		1	2	3
CRUDOS	A	80	10	5
	B	45	30	20
	C	30	40	25

Las especificaciones de los tres tipos de gasolina son:

		COMPONENTES ( % )		
		1	2	3
GASOLINA	SUPER	$\geq 60$	$\leq 25$	$\geq 10$
	NORMAL	$\geq 50$	$\leq 30$	$\leq 15$
	EURO	$\leq 40$	$\geq 35$	$\geq 20$



Los costos por barril de crudo A, B y C son: \$650, \$500 y \$450, respectivamente. El presupuesto diario de compra es de \$50 Millones.

La disponibilidad diaria de crudos B y C se limita, respectivamente, a 3000 y 7000 barriles. Ciertos acuerdos obligan a comprar al menos 2500 barriles de A.

Las demandas de gasolina Super y Normal son de 2000 y 2500 barriles diarios, que deben satisfacerse. La compañía desea maximizar la producción de gasolina Euro.

Formule un modelo de programación lineal que de respuesta al problema planteado por la compañía.

**10. El problema del financiero**

Un inversionista tiene la intención de hacer varias inversiones, las cuales se extenderán por un periodo de cinco años, al final del cual necesitará de todo el capital. Las inversiones se hacen el 1º de Enero de cada año y son:

**Inversión A:** Disponible el 1° de Enero de cada año y produce el 15% de interés al final de cada año.

**Inversión B:** Disponible en dos años a partir de ahora (Comienzo del 3° año), y produce un retorno del 25% al final del 3° año y lo máximo que el inversionista considerará son \$40.000

**Inversión C:** Disponible en un año a partir de ahora (Comienzo del 2° año), y produce el 40% al final del cuarto año. Esta inversión será de \$30.000 como máximo.

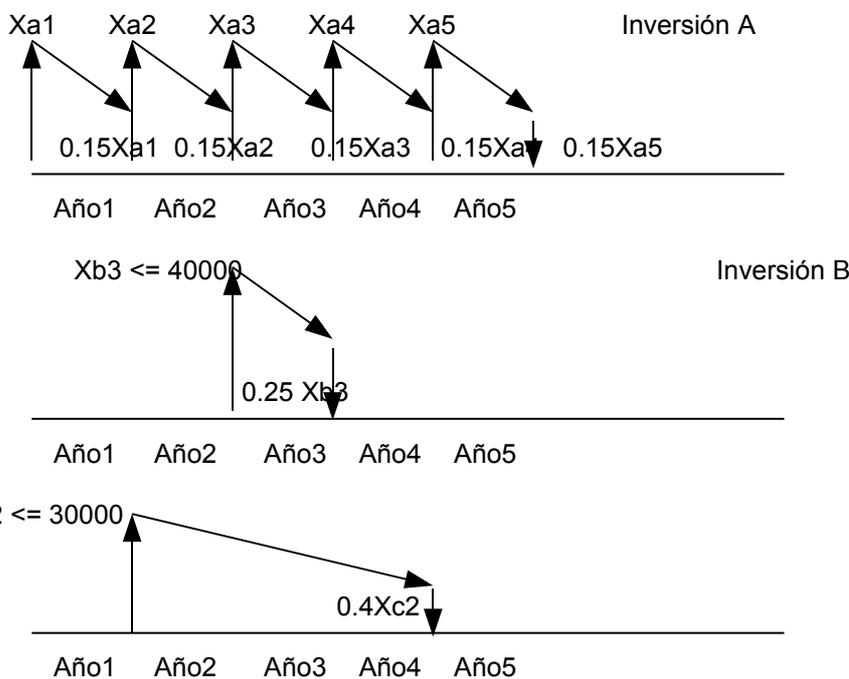
El inversionista tiene \$100000 disponible para las inversiones.

¿Cuál debe ser el portafolio de inversión que le permita obtener la máxima cantidad de dinero al final del año quinto?

**Formulación:**

$X_{ij}$  = Cantidad de dinero a invertir en la alternativa i-ésima (i=A, B y C) al principio del año j-ésimo (j = 1, 2, 3, 4 y 5).

Capital Inicial: \$100.000



Para construir las restricciones piense, que al principio de cada año va a tener disponibles algunas alternativas de inversión para las que no podrá invertir más de lo tenga disponible en ese momento.

El lado izquierdo de las restricciones, representa la cantidad de dinero que el inversionista invertirá en las alternativas disponibles al principio de cada año y el lado derecho representa la cantidad de dinero disponible para invertir, que es la suma de: El capital inicial + La suma de todos los intereses recibidos hasta la fecha - Los capitales que están invertidos en ese momento y que no han retornado.

$$\text{Maximizar } Z = 0,15 (XA1 + XA2 + XA3 + XA4 + XA5) + 0,25XB3 + 0,4XC2$$

S.A:

Restricciones debidas a la cantidad de dinero disponible al principio de cada uno de los cinco años:

- $XA1 \leq 100000$
- $XA2 + XC2 \leq 100000 + 0,15XA1$
- $XA3 + XB3 \leq 100000 + 0,15(XA1 + XA2) - XC2$
- $XA4 \leq 100000 + 0,15(XA1 + XA2 + XA3) + 0,25XB3 - XC2$

$$\begin{aligned}
 XA5 &\leq 100000 + 0,15(XA1 + XA2 + XA3 + XA4) + 0,25XB3 + 0,4XC2 \\
 XB3 &\leq 40000 \\
 XC2 &\leq 30000
 \end{aligned}$$

$$X_{ij} \geq 0 ; i = A, B \text{ y } C ; j = 1, 2, 3, 4 \text{ y } 5$$

**Solución óptima**

$$\begin{aligned}
 X A1 &= \$100000 & XA2 &= \$115000 & X A3 &= \$ 92250 & X A4 &= \$156087,50 \\
 X A5 &= \$179500,6 & XB3 &= \$ 40000 & X C2 &= \$0 \\
 Z &= \$206425,7
 \end{aligned}$$

**13. El problema de los manteles**

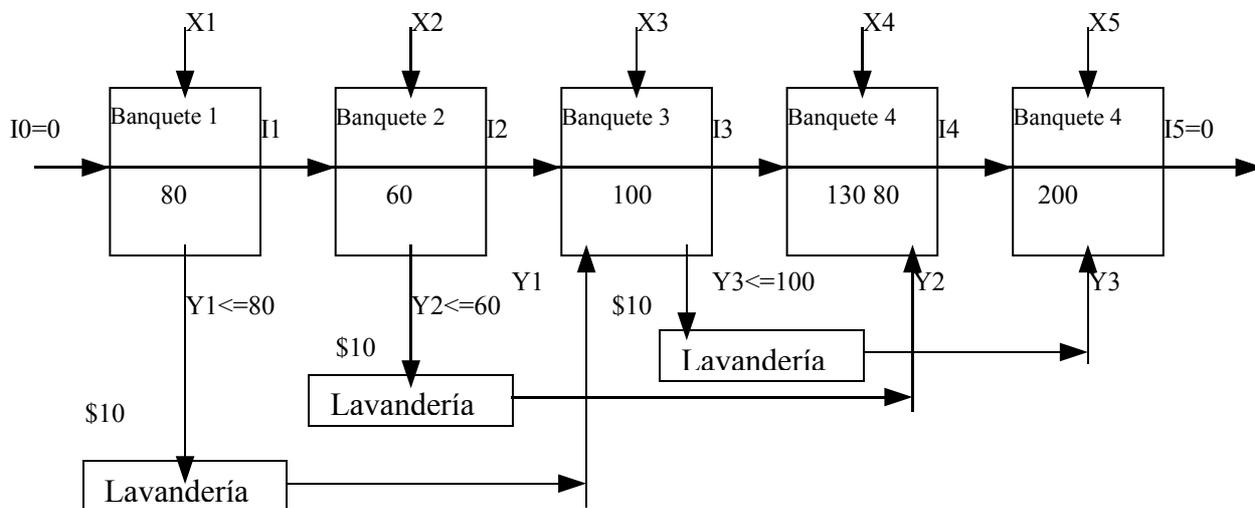
En un salón de banquetes se tienen programados banquetes durante los siguientes cinco días. Los requisitos de manteles por banquete son:

Banquete	1	2	3	4	5
Número de manteles	80	60	100	130	200

El problema del administrador es que se requieren manteles diferentes a los que se usan, por lo que tendrá que comprar ese tipo de manteles.

El costo de cada mantel es de \$40 y el costo de mandarlo a la lavandería bajo servicio urgente para tenerlo listo a los dos días es de \$10 por mantel.

¿Cuál es el modelo que le permitirá al administrador cumplir con sus requisitos y además minimizar el costo total?



**Formulación:**

$X_i$  = Número de manteles a comprar para el banquete  $i$ -ésimo ( $i = 1, 2, 3, 4$  y  $5$ )  
 $Y_i$  = Número de manteles a mandar a lavar después del banquete  $i$ -ésimo ( $i = 1, 2$  y  $3$ )  
 $I_i$  = Número de manteles limpios al final de cada banquete  $i$ -ésimo ( $i = 1, 2, 3$  y  $4$ )

$$\text{Minimizar } Z = 40(X1 + X2 + X3 + X4 + X5) + 10(Y1 + Y2 + Y3)$$

S.A:

$$X1 = 80 + I1$$

$$\begin{aligned}I1 + X2 &= 60 + I2 \\Y1 + I2 + X3 &= 100 + I3 \\Y2 + I3 + X4 &= 130 + I4 \\Y3 + I4 + X5 &= 200 \\Y1 &= 80 \\Y2 &= 60 \\Y3 &= 100 \\X_i &\geq 0; i = 1, 2, 3, 4 \text{ y } 5 \\I_i &\geq 0; i = 1, 2, 3 \text{ y } 4 \\Y_i &\geq 0; i = 1, 2 \text{ y } 3\end{aligned}$$

**Solución óptima**

$$\begin{aligned}X_1 &= 80 & X_2 &= 60 & X_3 &= 20 & X_4 &= 70 & X_5 &= \\100 & & & & & & & & & \\Y_1 &= 80 & Y_2 &= 60 & Y_3 &= 100 & & & & \\I_i &= 0; i = 1, 2, 3, 4 & & & & & & & & \\Z &= \$15600 & & & & & & & & \end{aligned}$$

**AUTOR:**

**Msc. Ing. Mohammed Portilla Camara**  
**Gerente de Operaciones**  
**Grupo Groming Ingeniería SAC. y**  
**CEENQUA: Certifications for Engineering of Quality**  
**La Molina, Lima - Perú**

[mportilla@gmail.com](mailto:mportilla@gmail.com)

[mportilla@grupo-groming.com](mailto:mportilla@grupo-groming.com)

**Estudios realizados en: Ingeniería Industrial, Ingeniería de Minas e Ingeniería Informática**  
**Universidad de Lima**  
**Pontificia Universidad Católica del Perú**  
**Universidad Nacional de Ingeniería**  
**Escuela de Negocios para Graduados - ESAN**